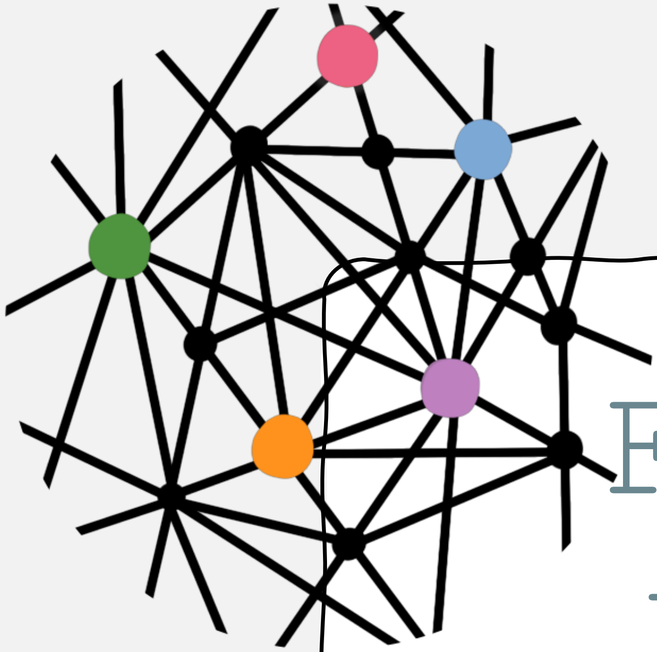


# Faszination Mathematik

Bewerbung für den Studieninnovationspreis der Humanwissenschaftlichen Fakultät,
Seminar: „Faszinierende Mathematik in Natur und Kultur”

15.05.2024

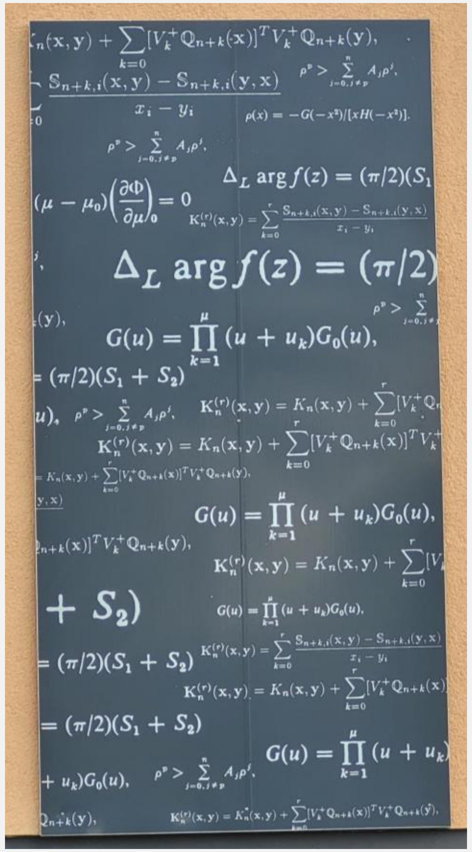
Universität Potsdam
Grundschulpädagogik Mathematik
Inga Gebel | Haus 16, Raum 2.12
inga.gebel@uni-potsdam.de

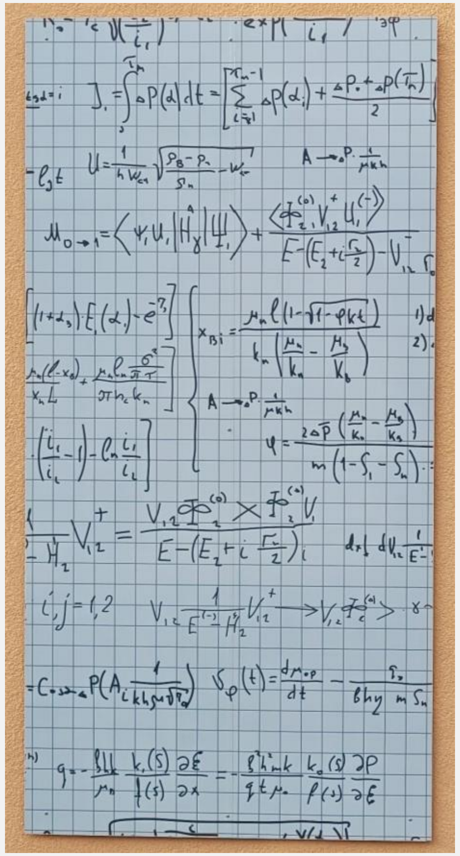
# Faszination – Mathematik

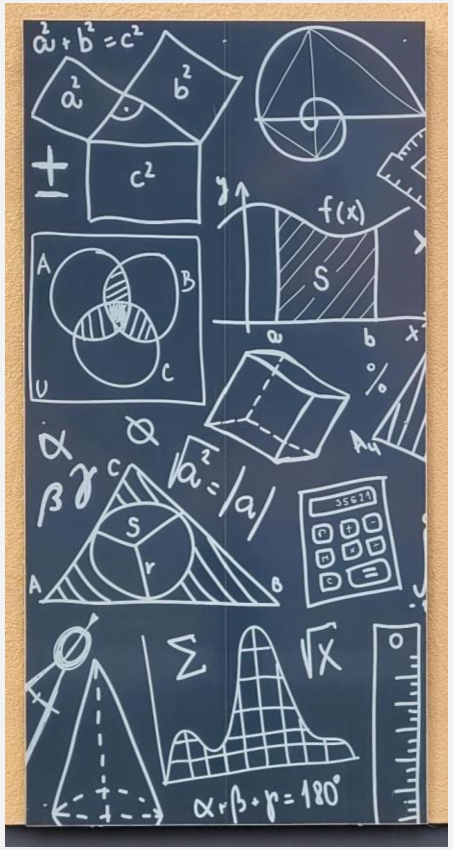
## Assoziationen zu einer polarisierenden Disziplin

Spider. Because it’s annoying and ugly,
just like mathematics.
*(girl, grade 4)*

Owl. Because the owl is a smart animal,
like the people who are engaged in
mathematics.
And it is as accurate as mathematics is.
*(girl, grade 6)*

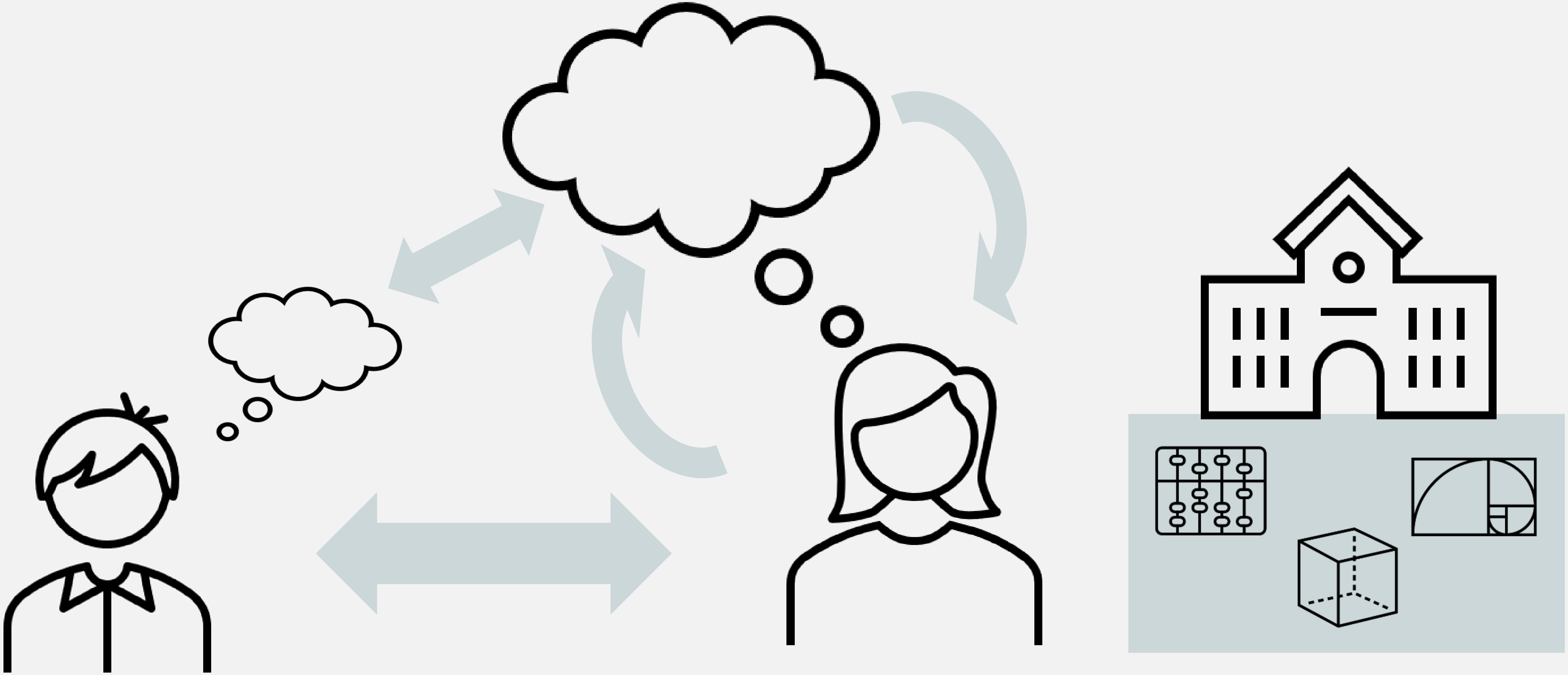




# Mathematische Weltbilder

## Mathematikunterricht und -lehrkräfte als Fachrepräsentation



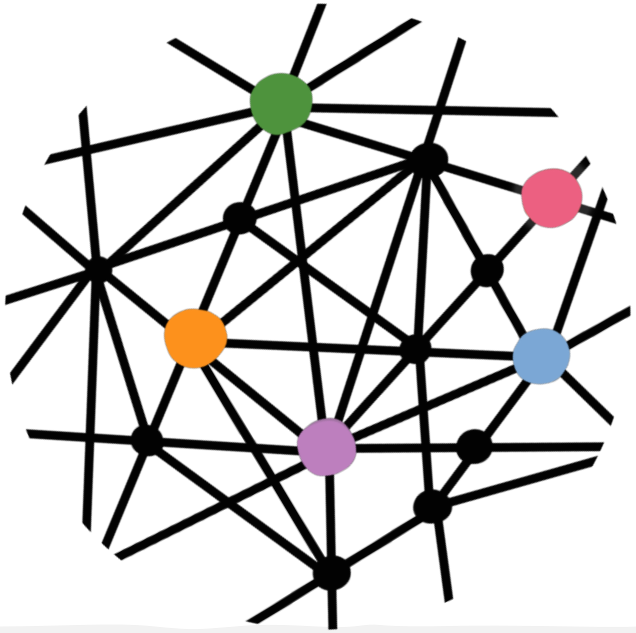
Levin, 2015; Rösken et al., 2006; Stoppel, 2019; Winter, 2003

# Aufbau des Seminars

„Faszinierende Mathematik in Natur und Kultur“

- Ziele:
  - Anstoß zur **Bewusstmachung und Erweiterung** studentischer **mathematischer Weltbilder**
  - Raum und Zeit zur **Beschäftigung mit dem eigenen Fachinteresse** (benotungsfrei)
- 24 Masterstudierende des Primarstufenlehramts/der Inklusionspädagogik
- Ablauf:

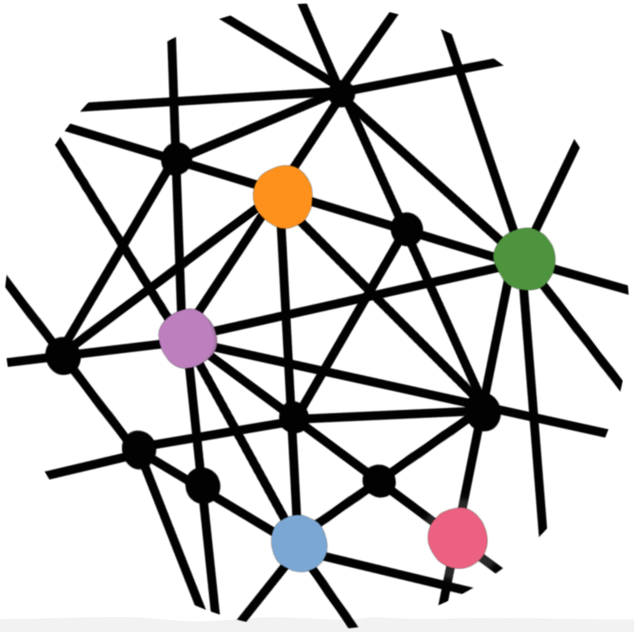
| | | | |
|---|---|---|---|
| Impulse zu facettenreichen Aspekten der Mathematik (5 Sitzungen) | Recherche, Posterentwicklung, Ausstellungs-konzeption (8 Sitzungen) | Ausstellungs-eröffnung (1 Sitzung) | Reflexion (1 Sitzung) |



# Was ist Mathematik?

**Wesen der Mathematik?** (in Anlehnung an Werner, 2009)

- Natur- oder Geisteswissenschaft?
- Phänomene erfinden oder entdecken oder beschrieben?
- Inwiefern ist die Mathematik „fertig“?
- Funktioniert die Mathematik auch ohne den Menschen?



# Was ist Mathematik?

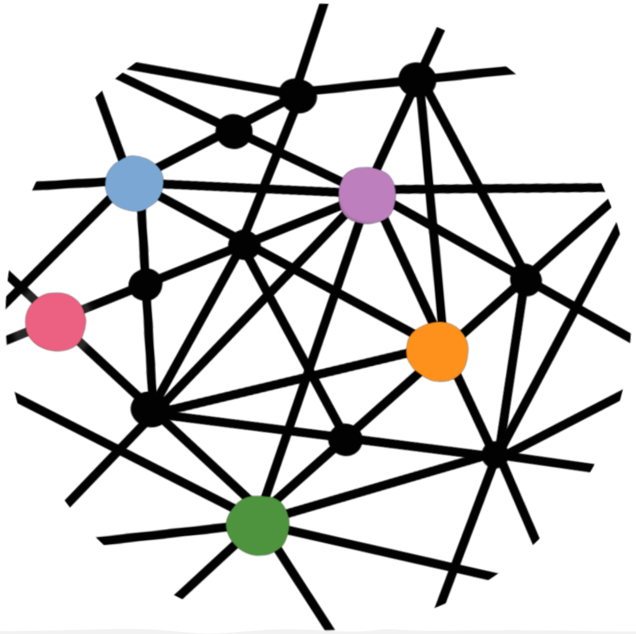
## Exkursion in die Pflanzenwelt

https://www.zalf.de/de/ueber_uns/mitarbeiter/Seiten/schoepke_b.aspx

**Benito Schöpke**
(Universität Hildesheim)

Bicker (2021, S. 6)

# Impulse zu facettenreichen Aspekten der Mathematik

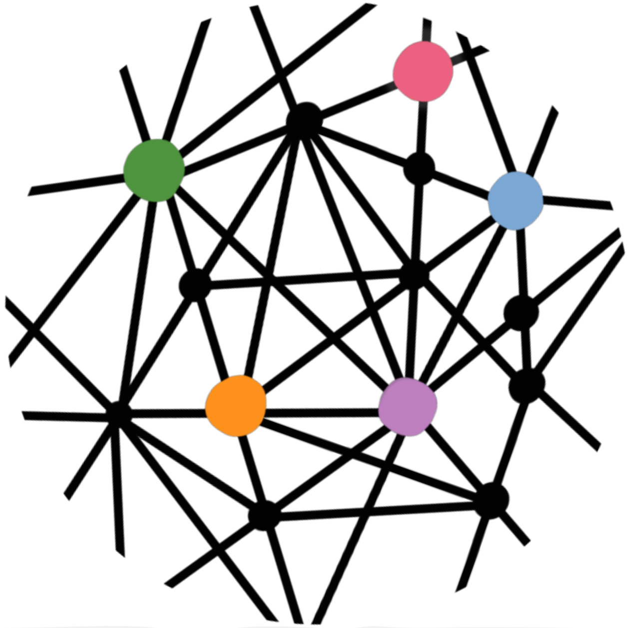


**Was ist Mathematik?**

**Exkursion in die Pflanzenwelt**

**Die Null im Archiv des Nichts?**

Foto: Gerhard H. Kock https://www.wn.de/muenster/kultur/eine-sammlung-teuflisches-1741801



Was ist Mathematik?
Exkursion in die Pflanzenwelt
Die Null im Archiv des Nichts?
Mathematik und Häkeln

https://www.talu.de/netz-haekeln/

Prof. Dr. Taimina

Kevin Stearns https://news.cornell.edu/stories/2005/12/crocheting-curved-space-illustrate-indescribable-geometry

# Impulse zu facettenreichen Aspekten der Mathematik

(5 Sitzungen)

Was ist Mathematik?
Exkursion in die Pflanzenwelt
Die Null im Archiv des Nichts?
Mathematik und Häkeln
Museumsbesuch „Futurium“

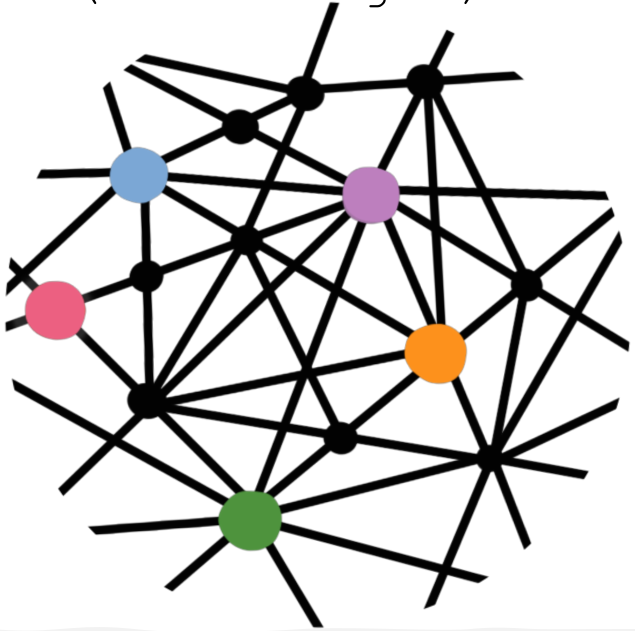

David von Becker https://futurium.de/de/ueber-uns

# Recherche, Posterentwicklung, Ausstellungskonzeption

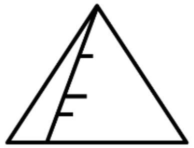
(8 Sitzungen)

Entwicklung der Mathematik
Mathematischer Erkenntnisgewinn
Wer macht Mathematik?

Disziplinübergreifendes (Musik, Spiel, Herz)
Kryptologie
Numerologie



Zahlsysteme (Binärsystem, ägyptisches Zahlsystem)



Vierte Dimension
Unendlichkeit

Goldener Schnitt
Fibonaccifolge
Symmetrie

- Facettenreiche, fächerübergreifende Themen
- Gegenseitige Anregungen und Korrekturen
- Demokratische Entscheidungsprozesse in der Ausstellungskonzeption

einheitliches Layout, Logo etc.

# Faszination Mathematik

*Mit 10 Fingern bis 1023 zählen – **Die Macht der Zahlsysteme!***

## Wussten Sie, dass es verschiedene Zahlsysteme gibt?

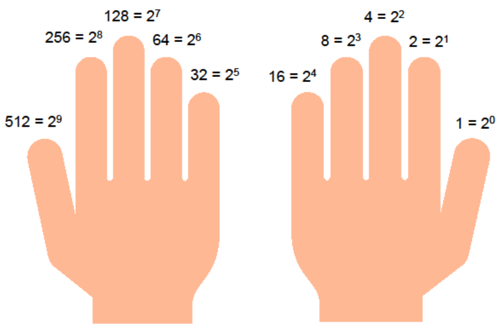
Grundlegend kann zu jeder beliebigen positiven ganzen Zahl **b** ein **b-adisches Zahlsystem** definiert werden (Göbler & Küronya, 2023).

Im Alltag wird häufig das **dezimale Stellenwertsystem** oder auch Zehnersystem genutzt, welches die Ziffern 0 bis 9 umfasst. Innerhalb dieses Systems werden von uns (Rechen-)regeln automatisiert angewandt, da sie als selbstverständlich erscheinen. Seinen Ursprung hat das Zehnersystem als Standardzahlsystem vermutlich in dem Fakt, dass Menschen zehn Finger haben, welche zur Hilfe beim Rechnen genutzt werden. Aufgebaut ist das Dezimalsystem durch Zehnerpotenzen ($10^n$), wodurch jeder Stelle einer Zahl eine eigene Wertigkeit zugeordnet wird. Beispielsweise hat die Zahl 6.231 vier Stellen. Die „6“ steht für den Tausender und wird mit der Zehnerpotenz $10^3$ multipliziert, die „2“ steht an der Hunderterstelle ($10^2$), die „3“ ist der Zehner, welcher mit der Potenz $10^1$ multipliziert wird und die „1“ ist der Einer ($10^0 = 1$) (Drechsler et al., 2017). Neben dem uns vertrauten Dezimalsystem gibt es noch weitere, die … m dieser Systeme kann das Rechnen wie im Zehnersystem gewohnt stattfinden. In Verbindung mit Zeiteinheiten wie Minuten oder … zurückgegriffen.

Fundierte Darlegung des math. Hintergrunds

… fasst ausschließlich die Ziffern 0 und 1 (Göbler & Küronya, 2023). Dieses wird bei der Programmierung von Computern genutzt, da es … werden kann (Abali & Çakıroğlu, 2020). Im Vergleich zum beschriebenen Zehnersystem baut das Binärsystem auf 2er Potenzen ($2^n$) auf. Auch hierbei können die Zahlen mehrere Stellen haben, denen eine bestimmte Wertigkeit zugeordnet wird. Exemplarisch für die Zahl 10110 im Binärsystem steht die erste Zahl von links für $1 \times 2^4$ und besitzt damit die Wertigkeit 16, die zweite Zahl von links steht für $0 \times 2^3$ (= 0), die dritte Stelle hat den Wert 4 und wird gebildet durch die Zweierpotenz $1 \times 2^2$, die vorletzte Stelle entspricht $1 \times 2^1$ und somit dem Wert 2 und zuletzt stellt die Stelle rechts die Potenz $0 \times 2^0$ (= 1) dar. Die binäre $[10110]_2$ wird somit umgerechnet ($1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$) in die Dezimalzahl $[22]_{10}$ (Drechsler et al., 2017). Dieses Zahlsystem, welches die Ziffern 0 und 1 umfasst, ist nun auch übertragbar – beispielsweise auf unsere Finger. Dadurch wird der Zahlenraum, den wir darstellen können, von 10 auf 1023 erweitert. Wie funktioniert das? Lesen Sie weiter!

## Bis 1023 mit 10 Fingern




## Was hat das miteinander zu tun?

Regulär repräsentiert ein Finger auch nur die Mächtigkeit 1, wenn wir im Dezimalsystem mit Fingern rechnen. Dadurch können wir maximal bis 10 zählen. Wenn nun aber jeder Finger eine Stelle im Binärsystem repräsentiert, ergeben sich viel mehr Möglichkeiten.

Beispielsweise repräsentiert der rechte Daumen die 1. Stelle $2^0$ (= 1), während der linke Daumen die 10. Stelle $2^9$ (= 512) darstellt.

Die vorliegenden Stellen werden addiert, sodass maximal eine Summe von 1023 erreicht werden kann.

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 1023$$

$$[1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1]_2 = [1023]_{10}$$

Die zehn Finger stellen die ersten zehn Stellen im Binärsystem dar. In Bezug auf das Binärsystem bedeutet ein ausgestreckter Finger eine 1 und ein nicht ausgestreckter Finger eine 0, wodurch alle Ziffern, 0 und 1, mittels einer Fingerbewegung abgedeckt werden. Da eine Umrechnung der verschiedenen Systeme leicht erfolgen kann, wird dies in einer Tabelle exemplarisch für die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15 im Dezimalsystem verdeutlicht:

## Probieren Sie es selbst aus!

Interaktive Elemente

## Umrechnung

| Dezimal-system | Binärsystem | | | | äquivalente Finger-darstellung |
|---|---|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | 2 | 1 | |
| 1 | | | | 1 |  |
| 2 | | | 1 | 0 |  |
| 3 | | | 1 | 1 |  |
| 4 | | 1 | 0 | 0 |  |
| 5 | | 1 | 0 | 1 |  |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 |  |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |

## Kann man noch weiter als bis 1023 mit den Fingern zählen? – Welche Grundlage wird uns durch die Zahlsysteme geboten?

Wie bereits beschrieben, gibt es viele verschiedene Zahlsysteme. Aufgezeigt wurde, dass durch die Verwendung des Binärsystems mit der Potenz $2^n$ mit den Fingern bis 1023 gezählt werden kann. Kann man dies durch ein höheres Zahlsystem noch erweitern? JA! Man kann mit jedem beliebigen Zahlsystem diese Summe erhöhen. Bedingung dabei ist nur, dass die weitere „Stufe“ beziehungsweise Erhöhung der Basis der Potenz auch sichtbar wird. Beispielsweise wird im Binärsystem mit den 2 Stufen *Finger ausgestreckt* und *nicht ausgestreckt* gearbeitet. Wenn man in das 3er System wechselt, muss demnach noch eine dritte Unterscheidung stattfinden – beispielsweise: Finger nicht ausgestreckt, Finger eingeknickt (= neue Stufe) und Finger ausgestreckt. Wie sieht es im 4er System aus? Probieren Sie selbst aus, wie weit Sie kommen!

## Referenzen


**Abali, B. E. & Çakıroğlu, C. (2020).** *Numerische Methoden für Ingenieure: Mit Anwendungsbeispielen in Python. Lehrbuch.* Springer Vieweg. **Drechsler, R., Fink, A. & Stoppe, J. (2017).** *Computer – Wie funktionieren Smartphone, Tablet & Co.?* Springer. **Göbler, F. & Küronya, A. (2023).** *Einstieg in die beweisorientierte Mathematik – Mit Versuch und Irrtum zum Beweis.* Springer Spektrum.

# Recherche, Posterentwicklung, Ausstellungskonzeption

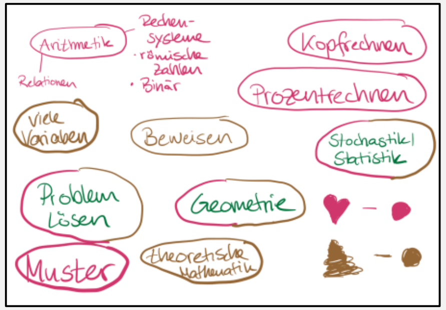
(8 Sitzungen)

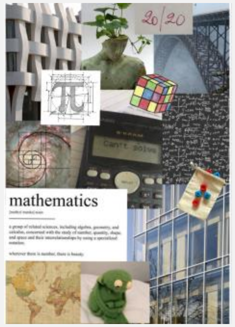
# Reflexion des Seminars

▸ Leitbild Lehre

Reflexion der eigenen Fachfaszination

Veränderungen im math. Bild
▸ detaillierte Analyse innerhalb einer Masterarbeit




| | T1 (N = 24, 192 Segmente) | T2 (N = 23, 138 Segmente) |
|---|---|---|
| Beliefs über Mathematik | 43,8 % | 70,3 % |
| Beliefs zum Lehren von Mathematik | 9,4 % | 5,8 % |
| Beliefs zum Lernen von Mathematik | 23,4 % | 4,3 % |
| Beliefs über sich selbst als Betreiber:in von Mathematik | 16,7 % | 10,9 % |
| Sonstiges | 6,8 % | 8,7 % |

**Ausblick:** Analyse der
- vier Aspekten der Mathematik (Formalismus-, Schema-, Anwendungs-, Prozesscharakter)
- Valenz

Grigutsch et al., 1998; Törner, 2002; Weygandt, 2021

# Reflexion des Seminars

‣ Leitbild Lehre

| | |
|---|---|
| Reflexion der eigenen Fachfaszination | Veränderungen im math. Bild<br>‣ detaillierte Analyse innerhalb einer Masterarbeit |
| Selbstwirksamkeits-erfahrungen | Sehr interessierte und stolze Studierende, eigener Qualitätsanspruch |
| Erfahrungen in der Ausstellungsplanung | Hemmschwellen zur Organisation von schulischen Ausstellungen könnten abgebaut werden |

Tätigkeitsfeldorientierung und Persönlichkeitsbildung

# Reflexion des Seminars

‣ Leitbild Lehre

## Tätigkeitsfeldorientierung und Persönlichkeitsbildung

- Reflexion der eigenen Fachfaszination
- Selbstwirksamkeits-erfahrungen
- Erfahrungen in der Ausstellungsplanung

## Forschungsorientierung

- Recherche
- Facetten der Mathematik als Wissenschaft
- Schnittstellen zu anderen Disziplinen

## Zielgruppenspezifische Lehre

- Projektarbeit
- Heterogene Prozesse und Ergebnisse
- Fächerübergreifende Themen

# Zusammenfassung der Studierenden

aus der Seminarevaluation

„Es ist wichtig, sich mit seinem eigenen Bild der Mathematik aktiv auseinanderzusetzen, bevor man es unreflektiert an Schüler*innen weitergibt.“

„Mathematik ist nicht nur entweder Spinne oder Eule!“

# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

Vielen Dank an Katrin Schneider (stellvertr. Bibliotheksleitung), Prof. Kuzle (Finanzierung),
Bonito Schöpke (Gastdozent), Pia Justiz (Begleitforschung) und die aktiven und

Universität Potsdam
Grundschulpädagogik Mathematik
Inga Gebel | Haus 16, Raum 2.12
inga.gebel@uni-potsdam.de

# Literatur


Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(1), 3–45. https://doi.org/10.1007/BF03338859

Levin, B. (2015). The development of teachers´ belief. In H. Fives & M. G. Gill (Hrsg.), *International handbook of research on teachers' beliefs* (S. 48–65). Routledge.

Markovits, Z., & Forgasz, H. (2017). "Mathematics is like a lion": Elementary students' beliefs about mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(1), 49–64. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9759-2.

Rösken, B., Rolka, K., & Liljedahl, P. (2006). Veränderung mathematischer Beliefs–Dokumentation in Lerntagebüchern. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006*.

Stoppel, H.-J. (2019). *Beliefs und selbstreguliertes Lernen: Eine Studie in Projektkursen der Mathematik in der gymnasialen Oberstufe*. Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24913-7

Törner, G. (2002). Mathematical Beliefs — A Search for a Common Ground: Some Theoretical Considerations on Structuring Beliefs, Some Research Questions, and Some Phenomenological Observations. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Hrsg.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (S. 73–94). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_5

Weygandt, B. (2021). *Mathematische Weltbilder weiter denken: Empirische Untersuchung des Mathematikbildes von Lehramtsstudierenden am Übergang Schule–Hochschule sowie dessen Veränderungen durch eine hochschuldidaktische Mathematikvorlesung*. Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-34662-1

Winter, M. (2003). Einstellungen von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik. *mathematica didactica*, 86-110. https://doi.org/10.18716/OJS/MD/2003.1001